

**Національний Технічний Університет України КПІ**

Факультет Інформатики та Обчислювальної Техніки  
Кафедра інформатики та програмної інженерії

**Практична робота №1**

З дисципліни «Моделювання систем»

ПЕРЕВІРКА ГЕНЕРАТОРА ВИПАДКОВИХ ЧИСЕЛ НА ВІДПОВІСТЬ ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ

**Перевірила:**

Асистент

Бернатович Анатолій Олександрович

Оцінка:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**Виконав:**

Студент групи ІТ-92

Михайлов П.П.

Дата: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Завдання до практичної роботи

* Згенерувати 10000 випадкових чисел трьома вказаними нижче способами. **45 балів**.
* Згенерувати випадкове число за формулою , де ξi  - випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі (0;1). Числа ξi можна створювати за допомогою вбудованого в мову програмування генератора випадкових чисел. Перевірити на відповідність експоненційному закону розподілу . Перевірку зробити при різних значеннях λ.
* Згенерувати випадкове число по формулах:

,

де ξi  - випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі (0;1). Числа ξi можна створювати за допомогою убудованого в мову програмування генератора випадкових чисел. Перевірити на відповідність нормальному закону розподілу:

.

Перевірку зробити при різних значеннях *а* і σ.

* Згенерувати випадкове число за формулою , де *a*=513, *с*=231. Перевірити на відповідність рівномірному закону розподілу в інтервалі (0;1). Перевірку зробити при різних значеннях параметрів *а* і *с*.
* Для кожного побудованого генератора випадкових чисел побудувати гістограму частот, знайти середнє і дисперсію цих випадкових чисел. По виду гістограми частот визначити вид закону розподілу. **20 балів.**
* Відповідність заданому закону розподілу перевірити за допомогою критерію згоди χ2. **30 балів**
* Зробити висновки щодо запропонованих способів генерування випадкових величин. **5 балів**

**Теоретичні відомості**

Для даної лабораторної роботи була обрана універсальна мова програмування Python. Даний вибір був здійснений через те, що дана мова надає безліч різноманітних бібліотек для роботи із графіками, гістограмами та математичними функціями, що робить її дуже зручною для виконання завдань даної лабораторної роботи.

У даній лабораторній роботі ми будемо порівнювати згенеровані числа із наступними законами розподілу:

|  |  |
| --- | --- |
| Графічне представлення щільності закону розподілу | Формульне представлення щільності закону розподілу |
| **Рівномірний**  *х*  *a*  *b*  *f(х)* |  |
| **Експоненціальний (показниковий)**  *х*  *λ*  *f(х)* |  |
| **Нормальний (Гауса)**    *х*  *f(х)*  *μ*  *σ* |  |

У випадку дискретного закону розподілу теоретичне значення частоти влучення випадкової величини *ζ*  у значення *і* визначається значенням ймовірності *P(i)*. У випадку неперервного закону розподілу теоретичне значення частоти влучення випадкової величини *ζ*  в *і*-й інтервал визначається за формулами:

,

де *f*(*x*) – щільність закону розподілу випадкової величини *ζ*, *F*(*x*) – закон розподілу випадкової величини *ζ*, (*xi-1, xi*) – інтервал.

Наприклад, у випадку експоненціального закону розподілу теоретичне значення частоти влучення в інтервал може бути визначене за формулою:

,

де параметр *λ* має бути оцінений за формулою:

.

А у випадку закону розподілу Пуасона – за формулою:

.

де параметр *λ* оцінюється за формулою:



Для перевірки відповідності деякому закону ми будемо використовувати критерій згоди χ2 [Гмурман]:

,

де *ni* – спостережувана кількість влучень в *і*-ий інтервал, *npiT* - очікувана за теоретичним законом розподілу кількість влучень в *і*-ий інтервал.

З формули видно, що основною ідеєю критерію χ2 є вимірювання розбіжності між спостережуваною та очікуваною за теоретичним законом розподілу кількістю влучень в *і*-ий інтервал:

**

*nі*

*npiT*

*ni*

*х*

*(ni-npiT)*

*f(x)*

Розраховане значення χ2 порівнюється з табличним значенням критерію χ2*кр*, яке взяте при рівні значимості α=0,05 та кількості степенів свободи, рівній кількості інтервалів у гістограмі частот *k* мінус 1 мінус кількість параметрів закону розподілу. Якщо χ2<χ2*кр*, то з довірчою ймовірністю 0,95 можна стверджувати, що знайдений закон розподілу відповідає спостережуваним значенням випадкової величини ζ. Інакше потрібно змінити параметри розподілу або припустити інший закон розподілу.

Для виконання математичних операцій ми будемо використовувати бібліотеку Numpy, а для малювання гістограм частот ми будемо використовувати бібліотеку Matplotlib. Перевірку будемо здійснювати на 20 діапазонах для значень, оскільки це значення є одним із оптимальних.

**Виконання лабораторної роботи**

Для виконання даної лабораторної роботи була обрана мова програмування Python та середовище розробки PyCharm, так як воно надає безліч різноманітних бібліотек для роботи із графіками, гістограмами та математичними функціями, що робить дані інструменти дуже зручними для виконання завдань лабораторної роботи.

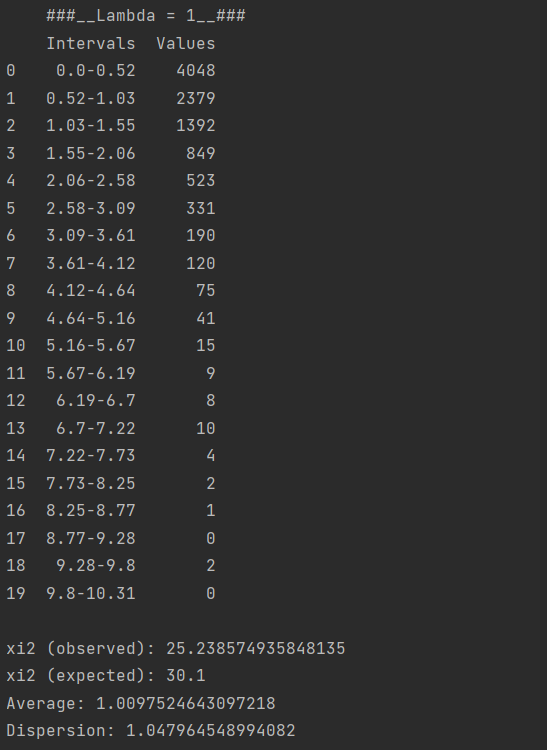
Напишемо код для генерації 10000 випадковаих чисел трьома способами (файли коду numgen\_1, numgen\_2, numgen\_3 відповідно):

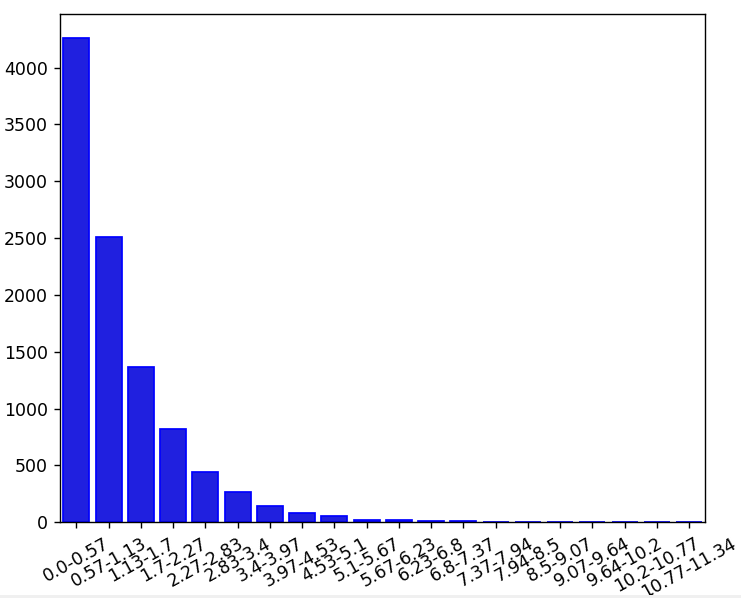
* **Згенерувати випадкове число за формулою:**

****

деξi  - випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі (0;1). Числа ξi можна створювати за допомогою вбудованого в мову програмування генератора випадкових чисел. Перевірити на відповідність експоненційному закону розподілу . Перевірку зробити при різних значеннях λ.

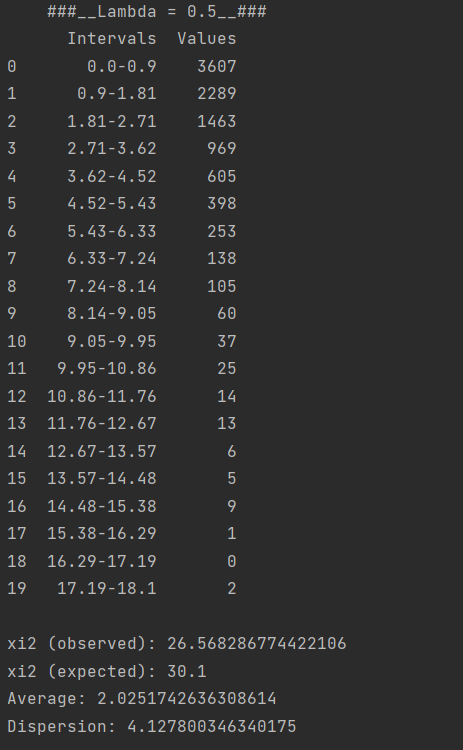
Після виконання програми, при значенні λ = 1 отримаємо наступні результати:

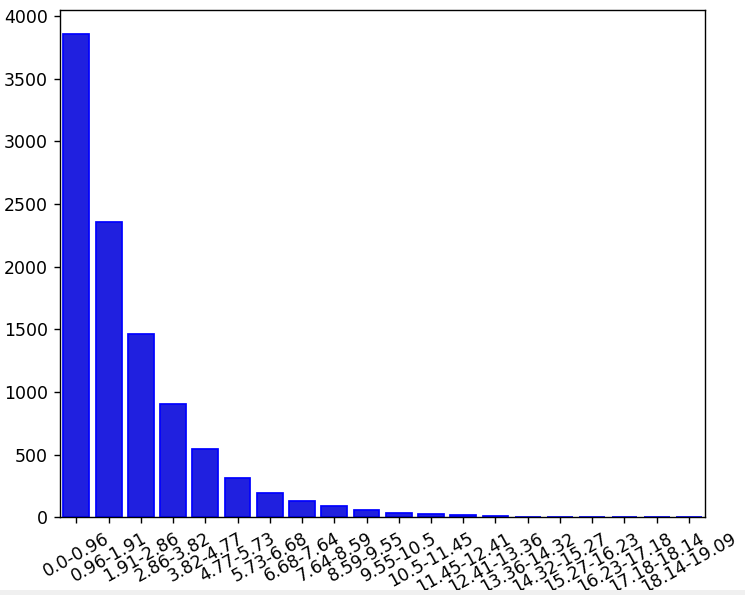


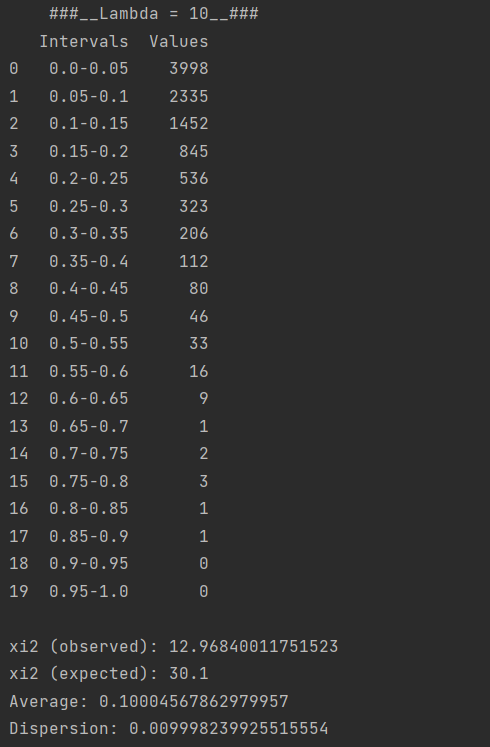


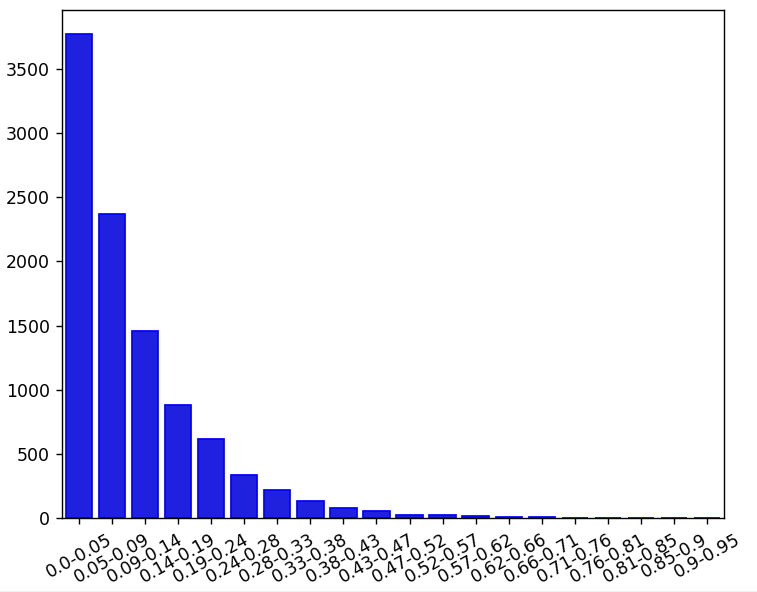
Можна бачити, що розподіл згенерованих чисел схожий на експоненційний. Це також успішно доводиться з використанням згоди χ2, оскільки 21.1 менше ніж 30.1, а отже згенеровані значення дійсно відповідають експоненційному закону розподілу.

Також запустимо програму використавши інші значеннях λ, а саме λ = 0.5, та λ = 10:









Як видно результат залишився таким же самим - згенеровані значення відповідають експоненційному закону розподілу, не дивлячись на зміну середнього значення та дисперсії

* **Згенерувати випадкове число по формулах:**

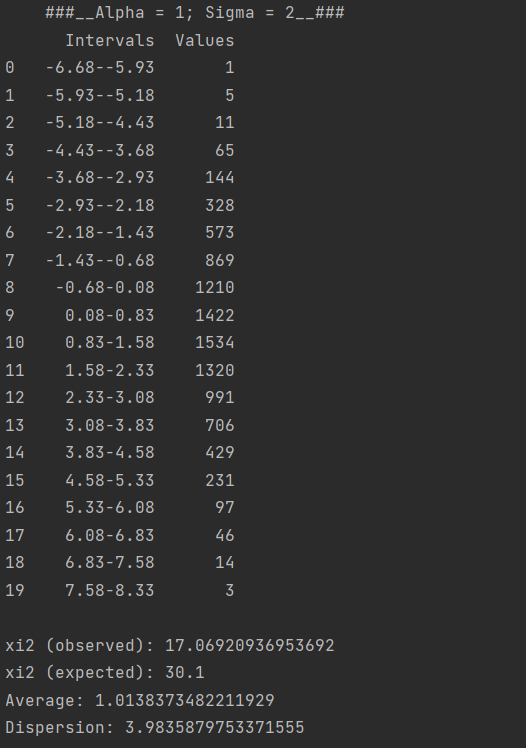
,

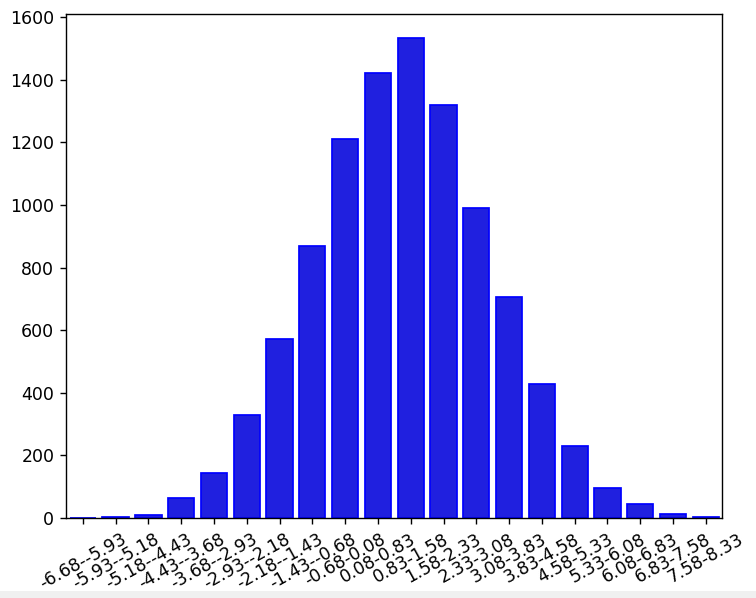
де ξi  - випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі (0;1). Числа ξi можна створювати за допомогою убудованого в мову програмування генератора випадкових чисел. Перевірити на відповідність нормальному закону розподілу:

.

Перевірку зробити при різних значеннях *а* і σ.

Виконаємо програму. Для значень *а* = 1 та σ = 2 отримаємо наступні результати:

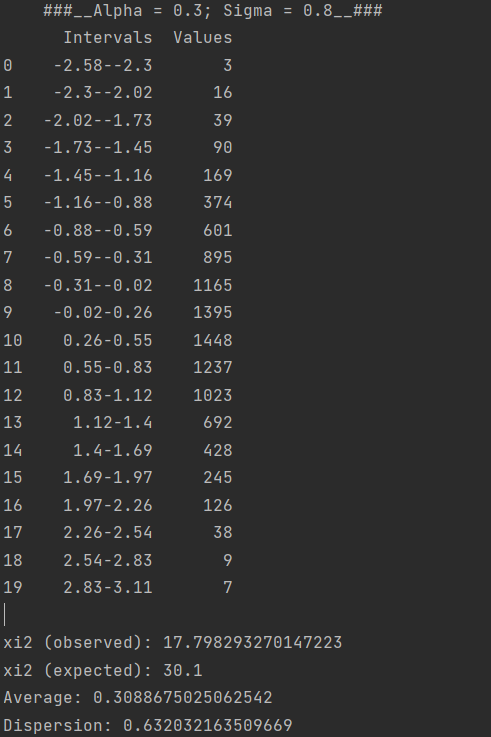


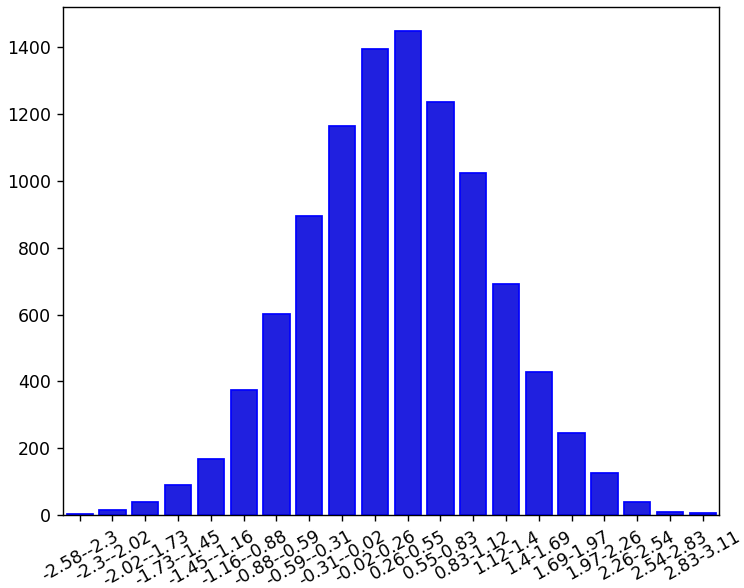


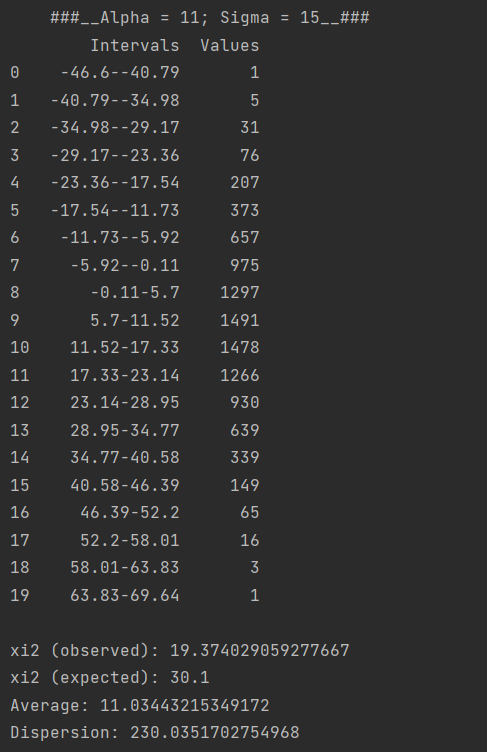
Із згенерованої гістограми частот ми можемо побачити, що дійсно він схожий на нормальномий розподіл. З використанням критерію згоди ми можемо також можемо побачити, що розподіл є нормальним (17.07 < 30.1).

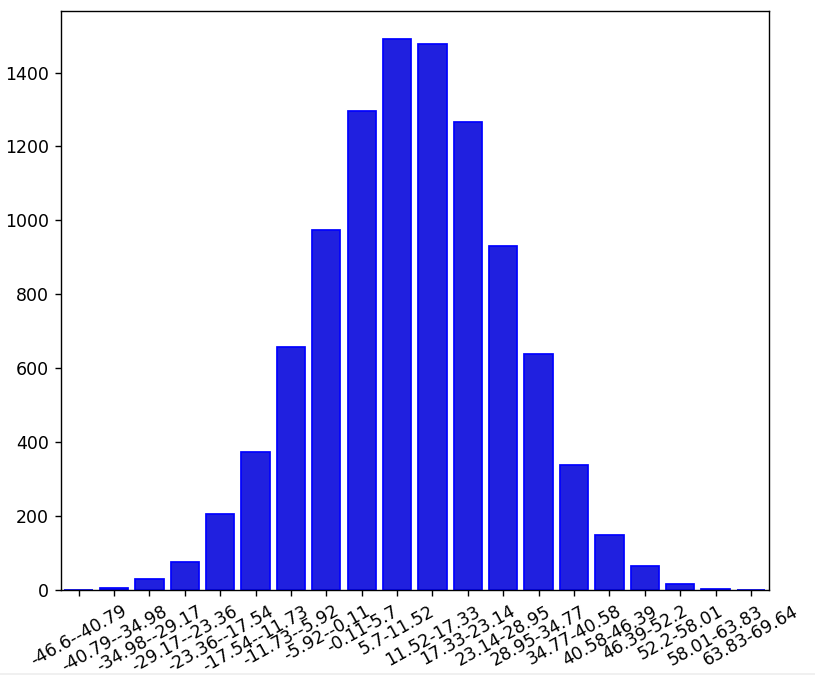
Перевіримо це також і на інших значеннях *а* та σ, а саме *а* = 0.3, σ = 0.8 та

*а* = 11, σ = 15:









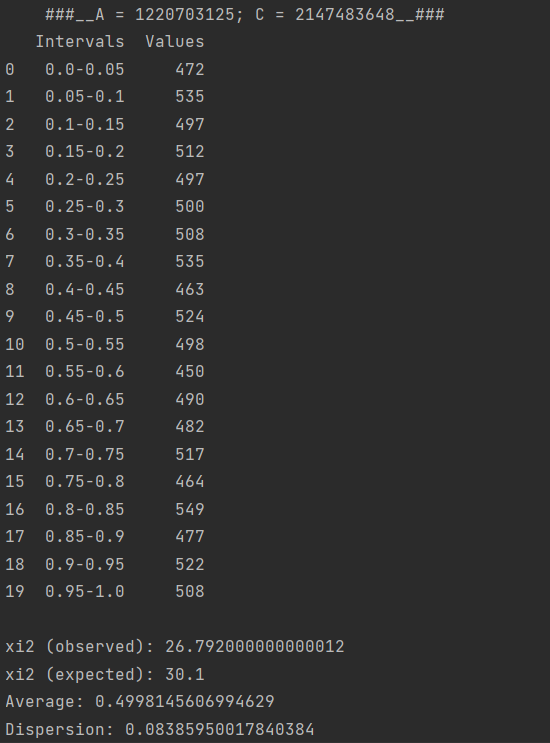
Як видно результат залишився таким же самим - згенеровані значення відповідають нормальному закону розподілу, не дивлячись на зміну середнього значення та дисперсії

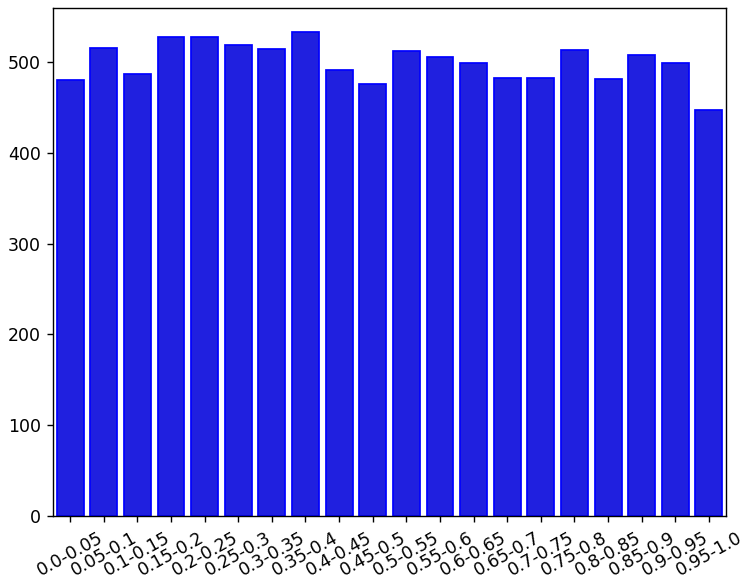
* **Згенерувати випадкове число за формулою**:

,

де *a*=513, *с*=231. Перевірити на відповідність рівномірному закону розподілу в інтервалі (0;1). Перевірку зробити при різних значеннях параметрів *а* і *с*.

Виконаємо програму. Для значення *a*=513 та *с*=231 отримаємо наступні результати:

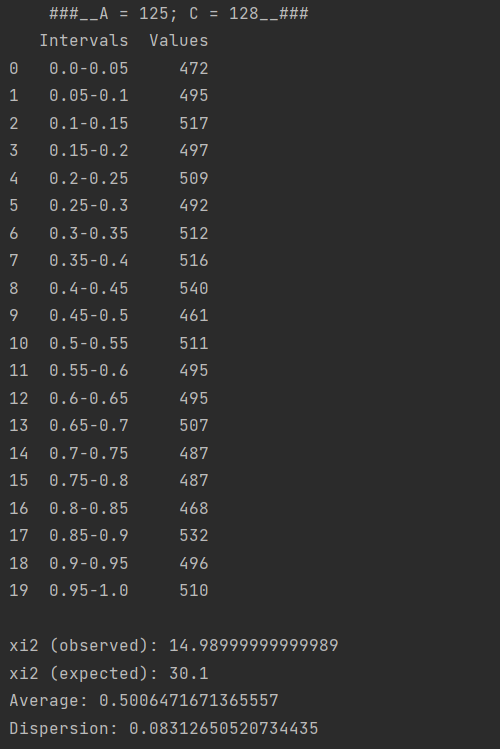


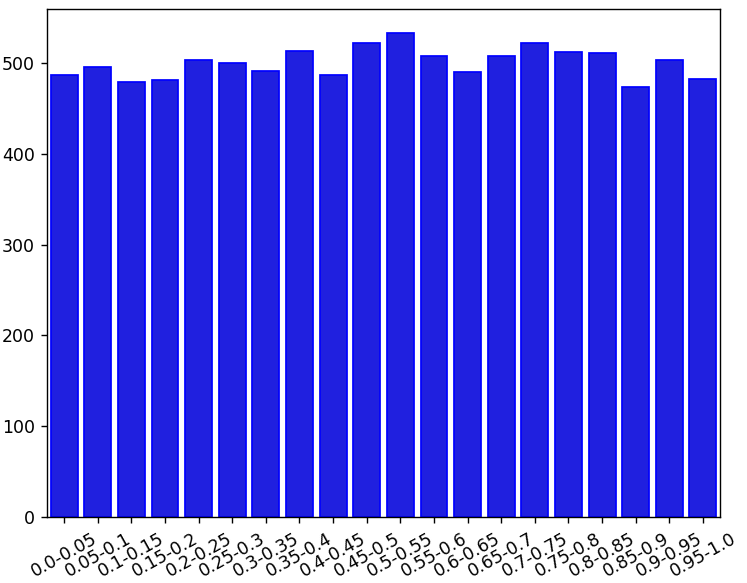


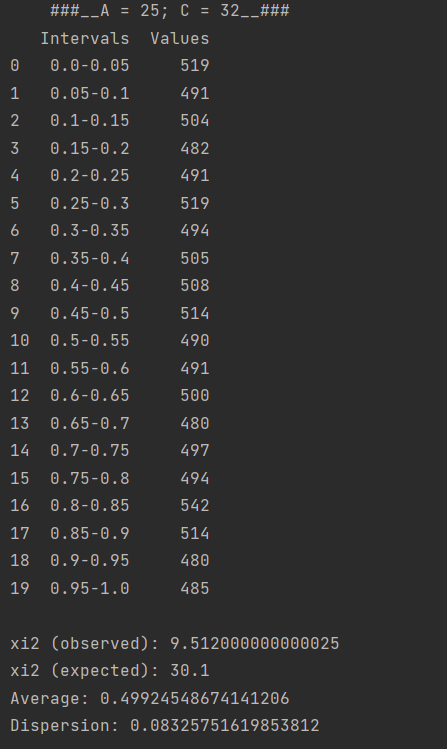
Роблячи висновок із вигляду гістограми частот ми можемо припустити, що це рівномірний розподіл. Використовуючи критерій згоди ми отримуємо доказ цього – 26.79 менше ніж табличне значення 30.1.

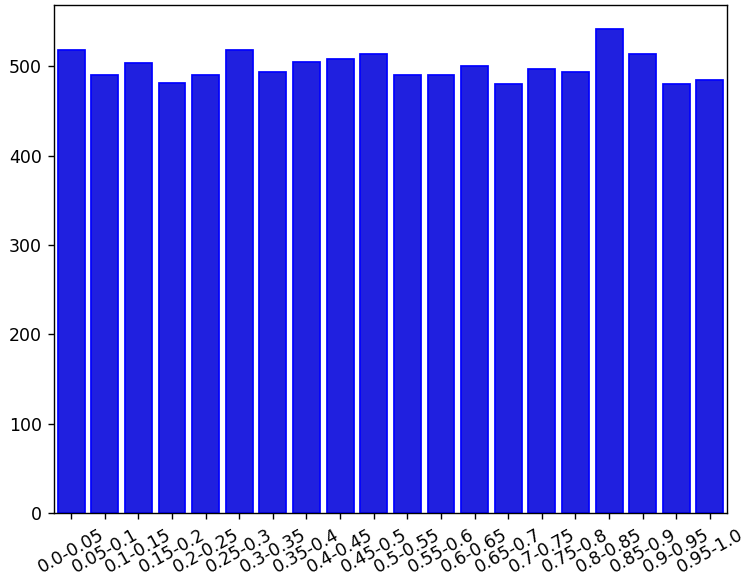
Виконаємо експеримент для інших значень *a* та *с*, а саме:

*a*=53, *с*=27 та *a*=52, *с*=25:









Як видно результат залишився таким же самим - згенеровані значення відповідають рівномірному закону розподілу, не дивлячись на зміну середнього значення та дисперсії

**Висновок**

Під час виконання лаборвторної роботи було створено 3 умовні програми для генерування чисел за різними формулами. Після проведених досліджень можна сказати, що графіки, що утворилися зі згенерованих чисел, візуально схожі на відповідні закони розподілу, але також за допомогою критерію згоди χ2 ми довели причетність цих законів і математично.

Посилання на гітхаб: <https://github.com/Pi-Jey/modeling>